Prof. Dr. Alfred Toth

Relationale und ontische Orte

1. Nach Bense (1979, S. 53 u. 67) ist das Zeichen eine dreistellige Relation über Relationen von Subzeichen, die als kartesische Produkte von sog. Primzeichen (vgl. Bense 1980) definiert sind

$Z = R(3.x \rightarrow 2.y) \rightarrow 1.z)$.

Danach hat Z also drei RELATIONALE ORTE, deren Besetzung durch Subzeichen der allgemeinen Form $S = (a.b)$ mit $a, b \in (1, 2, 3)$ konstant ist. Die konstanten Werte von S heissen die triadischen und die variablen Werte die trichotomischen Werte. Über Z lassen sich $3^3 = 27$ semiotische Relationen bilden, die sich nach Bense (1981, S. 99) als semiotische Dualsysteme, bestehend aus je einer Zeichenklasse (ZKl) und ihrer dual koordinierten Realitätsthematik (RTh), darstellen lassen. Dabei gilt $RTh = ZKl^{-1}$. Man kann nun für jedes semiotische Dualsystem die Schnittmenge $S = (ZKl, ZKl^{-1})$ bestimmen. Sie kann einen der drei Werte 0, 1, 2 oder 3 annehmen, denn das vollständige System der 27 semiotischen Relationen enthält zwar das determinantentheoretische Dualitätssystem der Teilmenge der 10 peirceschen Dualsysteme, die durch die Bedingung $(x \leqq y \leqq z)$ aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert sind, stellt aber selbst kein solches Dualitätssystem dar (d.h. der Wert 0 ist möglich). Da die relationalen Orte konstant sind, können zusätzlich zu den S die $S(\omega)$ bestimmt werden. So gilt etwa in der Relation

$(3.1, 2.1, \underline{1.1})$

$(\underline{1.1}, 1.2, 1.3)$

$S = 1$, aber $S(\omega) = 0$, da die beiden Orte von (1.1) nicht gleich sind.

ZKl			RTh			S	S(ω)
3.1	2.1	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	1.2	1.3	1	0
3.1	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	1.3	2	0
$\underline{3.1}$	2.1	$\underline{1.3}$	$\underline{3.1}$	1.2	$\underline{1.3}$	2	2
3.1	$\underline{2.2}$	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	$\underline{2.2}$	1.3	2	1
3.1	$\underline{2.2}$	1.2	2.1	$\underline{2.2}$	1.3	1	1
$\underline{3.1}$	$\underline{2.2}$	$\underline{1.3}$	$\underline{3.1}$	$\underline{2.2}$	$\underline{1.3}$	3	3

3.1	2.3	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	3.2	1.3	1	0
3.1	2.3	1.2	2.1	3.2	1.3	0	0
$\underline{3.1}$	2.3	$\underline{1.3}$	$\underline{3.1}$	3.2	$\underline{1.3}$	2	2
3.2	2.1	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	1.2	2.3	1	0
3.2	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	2.3	2	0
3.2	2.1	1.3	3.1	1.2	2.3	0	0
3.2	$\underline{2.2}$	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	$\underline{2.2}$	2.3	2	1
3.2	$\underline{2.2}$	1.2	2.1	$\underline{2.2}$	2.3	1	1
3.2	$\underline{2.2}$	1.3	3.1	$\underline{2.2}$	2.3	1	1
$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	3	0
$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	1.2	2.1	$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	2	0
$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	1.3	3.1	$\underline{3.2}$	$\underline{2.3}$	2	0
$\underline{3.3}$	2.1	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	1.2	$\underline{3.3}$	2	0
$\underline{3.3}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{3.3}$	3	0
$\underline{3.3}$	2.1	1.3	3.1	1.2	$\underline{3.3}$	1	0
$\underline{3.3}$	$\underline{2.2}$	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	$\underline{2.2}$	$\underline{3.3}$	3	1
$\underline{3.3}$	$\underline{2.2}$	1.2	2.1	$\underline{2.2}$	$\underline{3.3}$	2	1
3.3	2.2	1.3	3.1	2.2	3.3	0	0
$\underline{3.3}$	2.3	$\underline{1.1}$	$\underline{1.1}$	3.2	$\underline{3.3}$	2	0
$\underline{3.3}$	2.3	1.2	2.1	3.2	$\underline{3.3}$	1	0
$\underline{3.3}$	2.3	1.3	3.1	3.2	$\underline{3.3}$	1	0

Wie in Toth (2020) gezeigt worden waren, ergibt sich die die folgende Tabelle, welche neben den Strukturen der S(ω) deren Anzahlen im Gesamtsystem angibt.

S(ω)		| S(ω)|
0	0	3
1	0	6
1	1	3
2	0	6
2	1	3
2	2	2
3	0	2
3	1	1
3	3	1

Da in S(ω) = (v, w) gilt w ≦ v, ist das Gesamtsystem der 27 semiotischen Relationen strukturell defizient: S(ω) = (3, 2) fehlt. (Aus dieser strukturellen Unvollständigkeit bzw. «Ungesättigtheit» des 27er-Systems ergibt sich, daß es eine Teilmenge eines umfassenderen Systems sein muss, das vermutlich wieder strukturell unvollständig und Teilmenge eines noch höheren Systems ist, usw. Zu beweisen wäre, daß es kein System geben kann, das semiotisch vollständig ist.)

2. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

L = [0, 1]

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}$.

Anders ausgedrückt: Die Orte, an denen sich die logischen Werte befinden, sind ununterscheidbar, Ununterscheidbarkeit aber ist nach Wittgenstein Bedingung für Gleichheit. Wie erstmals ansatzweise in Toth (2015a) gezeigt worden war, kann man ONTISCH RELEVANTE ORTE dadurch einführen, daß man die reflexionstheoretische Abbildung der beiden logischen Werte in L aufhebt, d.h. man geht davon aus, daß (0, 1) ≠ (1, 0) ist. Daraus folgt dann, daß 0 = f(1) und 1 = f(0) gilt. Damit ergibt sich statt L ein Quadrupel

$$L^* = \begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{pmatrix}$$

dessen Gleichungen im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Formal kann man die Wertetupel von L* durch einen Einbettungsoperator E

$E: \quad x \rightarrow [x]$ (mit $x \in (0, 1)$)

erzeugen. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen also nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn es gilt ja

[0, [1]] ≠ [[1], 0]

[[0], 1] ≠ [1, [0]]

[1, [0]] ≠ [[0], 1]

[[1], 0] ≠ [0, [1]].

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem ontischen Ort Ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

$x = f(E, \Omega)$,

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In einer qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2016) erhält man für Paare von Peanozahlen P = (x, y) unter Anwendung von x, y = f(E, Ω) statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

Sind x und y linear, so liegt in meiner Terminologie die adjazente Zählweise vor

$$
\begin{array}{llcllcllcll}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}
$$

Sind x und y orthogonal, so liegt in meiner Terminologie die subjazente Zählweise vor

$$
\begin{array}{llcllcllcll}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}
$$

Sind x und y diagonal, so liegt in meiner Terminologie die transjazente Zählweise vor

$$
\begin{array}{llcllcllcll}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}
$$

(In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da hier aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Vermittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten unangetasteten Dichotomie $L = [0, 1]$.)

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semiotica 3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Werte und Orte von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

24.9.2020